Physik I (Pharmazie)

Klausur Vorbereitung

David Gobrecht

12. Januar 2010

In diesem Skript werden physikalische Zusammenhänge aus den Übungsstunden kurz repetiert und erläutert. Es soll als Lernhilfe resp. Überblick dienen, ersetzt aber ein (gutes) Lehrbuch nicht.

1 Erhaltungssätze

Erhaltungssätze sind in der Physik unabkömmlich, weil sie fundamentale Zusammenhänge liefern und somit ein gegebenes Problem lösen können. Erhaltungsgrössen sind

- Energie E: falls System abgeschlossen ist (keine Zu-/Abfuhr von Materie)
- Impuls $p = mv$: falls keine äussere Kraft $\vec{F}$ wirkt
- Drehimpuls $L = r \times p = J\omega$: falls kein äusseres Drehmoment $\vec{M}$ wirkt

In Übungsaufgaben werden verschiedene Formen von Energie ineinander umgewandelt. Diese Formen sind beispielsweise kinetisch $E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$, potentiell $E_{pot} = mgh$, thermisch $E_{th} = \frac{3}{2}KT$ oder auch geleistete Arbeit $W = Fs$. In diesen Fällen betrachten wir die Energiebilanz vor und nach dem Geschehen und setzen sie gleich. Impulserhaltung wird u.a. bei Stossprozessen verwendet. Ist der Stoss elastisch, gilt zusätzlich (kinetische) Energieerhaltung. Bei inelatischen Stössen ist nur der Impuls erhalten (konstant), die kinetische Energie wandelt sich dabei (teilweise) in Reibung, Wärme um (sog. Energieverlust). Dreh-Impulserhaltung wird am besten mit dem Pirouetteneffekt ersichtlich: Durch Heranziehen der Arme verkleinert sich das Trägheitsmoment I der Eiskunstläuferin, wodurch sich die Rotationsgeschwindigkeit ω vergrössert.

2 Translationsbewegung

Translation = geradlinige Bewegung (Richtung bleibt erhalten)

a) gleichförmige Bewegung:
$s(t) = vt$, $v = \frac{ds}{dt} = const.$,$a = 0$ (unbeschleunigt)
Hier wirkt keine Kraft F, da $a = 0$. Die bewegte Masse verharrt in ihrem Zustand und behält ihren Impuls $p = mv = const$ bei (Newton I).
Der Erhaltungssatz, der hier angewendet werden kann:
Impulserhaltung, weil keine Kraft wirkt → zeitliche Änderung (Ableitung) des Impulses $\dot{p} = \frac{d}{dt}(mv) = ma = F$ entspricht einer Kraft (Newton II).

b) gleichmässig beschleunigte Bewegung:
$s(t) = \frac{a}{2}t^2$, $v(t) = at$ und $a = const.$ (glm. beschleunigt)
Hier wirkt eine Kraft $F = ma$, da $a \neq 0$, das heisst die bewegte Masse wird **in Bewegungsrichtung** beschleunigt und ändert somit ihren Impuls, da $v \neq const.$
Der Erhaltungssatz, der hier angewendet werden kann:
Energieerhaltung: Die Kraft wirkt entlang eines Weges, was einer Arbeit (Energie) $W = Fx$ entspricht. Diese wird nach Ausüben der Kraft zu anderen Energien (kinetisch, potentiell, Reibung, Wärme).

Im Fall, dass die Beschleunigung a durch die Schwerkraft (Gravitation) hervorgerufen wird, ist a durch $g = 9.81ms^{-2}$ zu ersetzen. Desweiteren kann die Beschleunigung $a = a(t) \neq const.$ sein. Dann müssen Differentiale/Integrale zur Lösung von s, v und a herangezogen werden, z.B. $v(t) = \int a(t)dt \neq at$.

3 Rotationsbewegung

Rotation = kreisförmige Bewegung (Richtung von $\vec{r}, \vec{v}, \vec{a}$ ändert ständig)
Bei der Rotation bleibt $|\vec{v}| = \omega r$ und $|\vec{a_z}| = \omega^2 r$ konstant, aber ihre Richtungen ändern ständig. Kreisförmigen Bewegungen liegen Sinus/Cosinus-Beschreibungen zu Grunde.
Hier wirkt eine Kraft $F = ma_z$, da $a_z \neq 0$, das heisst, die bewegte Masse wird **zum Drehzentrum** hin beschleunigt, was die Masse auf eine Kreisbahn zwingt, das heisst, der Impuls $\vec{p}$ ändert ständig seine Richtung und ist daher nicht erhalten (vektoriell).
Der Erhaltungssatz, der hier angewendet werden kann:
Drehimpulserhaltung, wenn kein Drehmoment wirkt → zeitliche Änderung (Ableitung) des Drehimpulses $\dot{L} = \frac{d}{dt}(m\omega r^2) = mr^2\dot{\omega} = J\dot{\omega} = M$ entspricht einem Drehmoment $\vec{M}$. Hier wurde das Trägheitsmoment $J = mr^2$ eingeführt. Es entspricht einer drehenden Masse und variiert mit dem Abstand (Radius).

4 Analogie & Zusammenhänge

Um die Analogie zu Translationsbewegungen zu verdeutlichen: Jede physikalische Grösse der Translation kann in ein sich drehendes System übersetzt werden, indem wir den Abstand des Punktes zum Drehzentrum mitberücksichtigen. Dazu folgende Tabelle :

Translation		**Rotation**	
Weg $\vec{s}, \mathrm{d}\vec{s}$	m	Winkel (Vektor in Richtung der Drehachse) $\vec{\varphi}, \mathrm{d}\vec{\varphi}$	rad = 1
Geschwindigkeit $\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\vec{s}}{\mathrm{d}t}$	m/s	Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega} = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}$	rad/s = 1/s
Beschleunigung $\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\vec{s}}{\mathrm{d}t^2}$	m/s²	Winkelbeschleunigung $\vec{\alpha} = \frac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\vec{\varphi}}{\mathrm{d}t^2}$	rad/s² = 1/s²
Masse m Gesamtmasse $M = \sum_i m_i = \int \rho(\vec{r})\mathrm{d}V$	kg	Massenträgheitsmoment (Ortsvektoren senkrecht zur Drehachse) $J = \sum_i m_i r_i^2 = \int r^2 \rho(\vec{r})\mathrm{d}V$	kg m²
Impuls $\vec{p} = m\vec{v}$	kg m/s = N s	Drehimpuls $\vec{L} = m\vec{r} \times \vec{v} = J\vec{\omega}$	kg m²/s = N m s
Kraft $\vec{F} = m\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$	kg m/s² = N	Drehmoment $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$; $\vec{M} = m\vec{\alpha} = \frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}$	N m
Impulserhaltungssatz Summe der äußeren Kräfte = Änderung des Gesamtimpulses = Beschleunigung d. Schwerpunktes x Gesamtmasse		Drehimpulserhaltungssatz Summe der Drehmomente der äußeren Kräfte = Änderung des Gesamtdrehimpulses	
innere Kräfte ändern nicht den Impuls des Schwerpunktes sondern nur die Einzelimpulse		innere Kräfte ändern den Gesamtdrehimpuls nicht	
Arbeit $\mathrm{d}W = \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$	N m = J = W s	Arbeit $\mathrm{d}W = \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{\varphi}$	N m = J = W s
kinetische Energie $E_{\text{kin}}^{\text{trans}} = \frac{1}{2}mv^2$	J	kinetische Energie $E_{\text{kin}}^{\text{rot}} = \frac{1}{2}J\omega^2$	J
Leistung $P = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = \vec{F} \cdot \vec{v}$	W = J/s	Leistung $P = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = \vec{M} \cdot \vec{\omega}$	W = J/s

Abbildung 1: Vergleich von Translation und Rotation: Bemerkung: Das bei Rotationen vorkommende Kreuzprodukt mit dem Abstand zur Drehachse ($\times\vec{r}$) kann durch ganz gewöhnliche Multiplikation ersetzt werden, falls Rotationssymmetrie herrscht (was bei uns immer der Fall war ◡̈).

Um zu prüfen, ob ein physikalisches System im *Gleichgewicht* ist, betrachten wir einen beliebigen Punkt des Systems und prüfen wirkende Kräfte und Drehmomente. Falls in diesem Punkt das Folgende gilt:

$\sum_i \vec{F_i} = 0$ und $\sum_i \vec{M_i}$

ist das System im Gleichgewicht. Offensichtlich hängt dieses Konzept fundamental mit demjenigen der Dreh- und Impulserhaltung zusammen.

Falls die Bewegung eines ausgedehnten Körpers (nicht nur die eines Punktes) beschrieben werden soll, bedienen wir uns des Schwerpunktsatzes. Er besagt, dass der Schwerpunkt $\vec{S} = \frac{1}{m_{tot}} \sum_i m_i r_i$ sich so bewegt, als wenn in ihm die gesamte Masse konzentriert wäre. Oder anders formuliert: die resultierende aller angreifenden Kräfte F_{tot} (nicht aber die Drehmomente) werden nur auf den Schwerpunkt bezogen und sind somit unabhängig von den Angriffspunkten der angreifenden Kräfte.

5 Reibung

In diesem Abschnitt werden wir auf Rollreibung verzichten und uns auf translative Reibung beschränken. Diese beschreiben wir durch die Reibungskraft $F_R = \mu F_N$ und ihren Reibungsverlust (Arbeit/Energie) $W = F_R x = \mu F_N x$ entlang eines Weges x. Man unterscheidet zwischen Haft- und Gleitreibung. Bewegt sich der Körper, so ist die angreifende Kraft grösser als die *Gleit*reibung; ist er starr, so ist die angreifende Kraft kleiner als die *Haft*reibung. Deshalb wirken sie **nie gleichzeitig**. Sie unterscheiden sich in ihren materialabhängigen Koeffizienten μ.

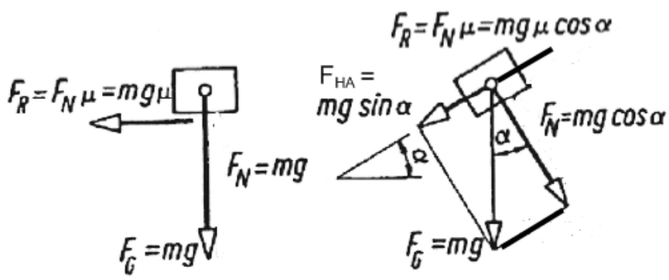

Abbildung 2: Angreifende Kraft ist die Hangabtriebskraft F_{HA}. Ist sie grösser als F_R, rutscht der Körper; andernfalls ruht er. Beachte die Winkelabhängigkeit der Kräfte: Mit gegebenem μ lässt sich ein Grenzwinkel α zwischen Haften und Gleiten errechnen.

6 Deformation von Festkörpern

Unterscheide zwischen Zug-/Druckspannung σ senkrecht zur betrachteten Fläche und Schub-/Scherspannung τ parallel zur Fläche. Solche Spannungen bewirken Längenänderung $\frac{\Delta \ell}{\ell}$ des Festkörpers. Diese sind mit einem entsprechenden materialspezifischen Modul verknüpft (Elastizität E und Schub G). Die Spannung ist gegeben als Kraft pro Fläche $\frac{F}{A}$ oder als Längenänderung mal Modul, nämlich $\sigma = E\frac{\Delta \ell}{\ell}$ (Hookesches Gesetz) bzw. $\tau = G\frac{\Delta \ell}{\ell}$.

7 Hydrostatik und -dynamik

Flüssigkeiten sind (nahezu) inkompressibel. Dies hat Konsequenzen für Grössen wie Druck P und Volumen V. Sie sind beide konstant in gleichen Höhen, wobei in P eine Höhenabhängigkeit steckt und in V nicht. Diese Abhängigkeit macht sich im Schweredruck $P_s = \rho g h$ bemerkbar, wobei die Dichte ρ auch konstant ist, da wir von homogenen (gleichmässigen) Flüssigkeiten ausgehen. P_s kommt in Flüssigkeitssäulen vor und erzwingt je nach Situation eine Auftriebskraft $F_A = \rho_{Hydro} V g = P_s A$, wobei V das eingetauchte Volumen mit Grundfläche A und Höhe h bezeichnet (Archimedes Prinzip).

7.1 Oberflächenspannung

An der Grenzfläche (Oberfläche A) einer Flüssigkeit sind Moleküle, die eine Kraft F nach unten/innen erfahren, da es nur auf der Seite der Flüssigkeit Nachbarmoleküle gibt und auf der Seite der Luft keine (anziehenden). Deswegen haben Fluide das Bestreben, ihre Oberfläche zu verringern. Da bei gegebenem Volumen eine Kugel die geringste Oberfläche hat, bilden sich *Tropfen* (falls keine weiteren Kräfte wirken). Deswegen erzeugt die Oberflächenspannung σ Druck $P = \frac{2\sigma}{r}$ im Tropfen. Die Minimierung der Oberfläche entspricht einer Minimierung der Energie, weswegen die Oberflächenspannung gegeben ist als

$$\sigma = \frac{\Delta W}{\Delta A} = \frac{F \Delta x}{\ell \Delta x} = \frac{F}{\ell} \tag{1}$$

oder anders gesagt, um die Oberfläche eines Fluids zu vergrössern, muss Arbeit (Energie) W aufgewendet werden. Ist zusätzlich zu Fluid und Luft eine Wand (drittes Medium) vorhanden, gibt es drei Grenzflächen anstelle von einer. Die zugehörigen σ's sind über den Benetzungswinkel Θ resp. das Kapillaritätsgesetz $\cos(\Theta) = \frac{\sigma_{1,3} - \sigma_{1,2}}{\sigma_{2,3}}$ verknüpft, wobei 1: Wand, 2: Fluid und 3:Luft. Man unterscheidet zwischen benetzend ($0 \leq \Theta < \frac{\pi}{2}$) und nicht benetzend ($\frac{\pi}{2} < \Theta \leq \pi$).

7.2 Hydrodynamik

In der Dynamik kommen Strömungen (bewegte Fluide) vor. Dies hat zur Folge, dass $v \neq 0$. Der Einfachheit halber beschäftigen wir uns nur mit inkompressiblen, stationären Fluiden ohne Wirbel. Ein inkompressibles ($\rho = const.$) Fluid in einem abgeschlossenen System (kein Zu-/Abfluss von Flüssigem) genügt der Kontinuitätsgleichung $Av = const.$. Anschaulich ist sie eine Bilanzgleichung: es wird nichts gewonnen/verloren und der Massenfluss bleibt konstant.
Der Druck $p = \frac{F}{A} = \frac{E}{V}$ kann auch als Energiedichte aufgefasst werden und unterliegt einer Erhaltung, welche durch die Bernoulligleichung ausgedrückt wird:

$$P_o + \rho g h + \frac{\rho}{2} v^2 = const. \tag{2}$$

Man wendet diese Gleichung an, indem wir den Druck vor und nach dem Geschehen gleichsetzen.

8 Schwingungen

Der Unterschied zwischen Schwingungen und Wellen besteht darin, dass Wellen sich ausbreiten, also Wege zurücklegen, während Schwingungen lokal stattfinden. Für Schwingungen können wir daher eine zeitabhängige Beschreibung (Funktion) $y = y(t)$ verwenden, wohingegen Wellen zusätzlich eine Ortsabhängigkeit $y = y(x,t)$ aufweisen, was sich durch ihre Ausbreitung im Raum (Ausbreitungsgeschwindigkeit c) manifestiert.

8.1 Harmonische Schwingung

Harmonische Schwingungen werden charakterisiert durch eine Rückstellkraft F_{Rueck}, die proportional zur Auslenkung x aus der Gleichgewichtslage (Nulllage) ist. Dann lautet nämlich die Bewegungsgleichung:

$$F_{Rueck} = m\ddot{x} = -m\omega^2 x \tag{3}$$

$$\ddot{x} = -\omega^2 x \tag{4}$$

Diese Gleichung wird erfüllt, falls man für x den Ansatz $x(t) = A_0 \cos(\omega t + \phi)$ wählt (selber nachprüfen). Das ω lässt sich durch den Vorfaktor der Rückstellkraft eruieren (z.B. $\omega_{Feder} = \sqrt{\frac{D}{m}}, \omega_{Pendel} = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$). Wenn das System beispielsweise eine Schwingung pro Sekunde macht, ist die Periodendauer $T = 1s$, daraus folgt $\nu = \frac{1}{T} = 1Hz$ und $\omega = 2\pi Hz$.
Um weitere Zusammenhänge (Gleichungen) zu erhalten, betrachten wir die Energie, welche als Totales, kinetische plus potentielle, erhalten bleibt. In der Nulllage (keine Auslenkung) einer Schwingung finden wir maximales $E_{kin} = \frac{1}{2}mv_{max}^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A_0^2$ und minimales $E_{pot} = 0$. Bei maximaler Auslenkung hingegen $E_{kin} = 0$ und maximales $E_{pot} = mgh$ oder im Falle einer Feder $\frac{1}{2}Dx^2$.

8.2 Gedämpfte Schwingungen

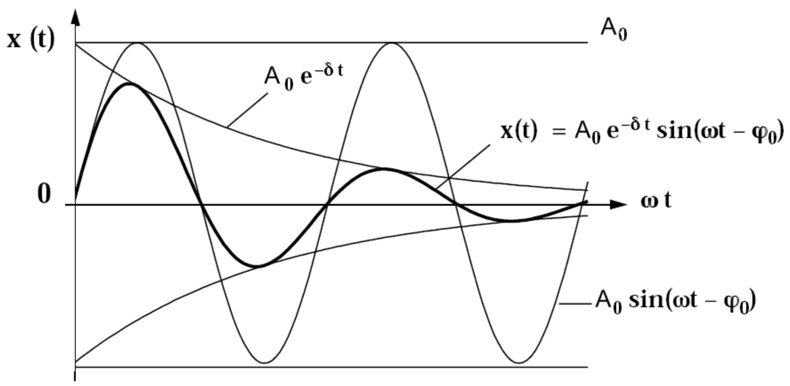

Abbildung 3: Gedämpfte Schwingungen: Zusätzlich zum periodischen Anteil hat die exponentielle Dämpfung Einfluss auf die Amplitude (offensichtlich), aber auch auf die Frequenz ω. Sie nimmt mit der Dämpfung ebenfalls ab.

Man geht hier analog vor wie bei harmonischen Schwingungen, abgesehen davon, dass zusätzlich zur F_{Rueck} eine Reibungskraft $F_{Reib} = -2\delta m\dot{x}$ wirkt, die proportional zur Geschwindigkeit $v = \dot{x}$ ist. Dies führt zu einem zusätzlichen Term in der Bewegungsgleichung. Sie wird erfüllt von $x(t)$ (siehe Abbildung). Gedämpfte Schwingungen verhalten sich wie harmonische Schwingungen, werden aber durch $\exp(-\delta t)$ eingehüllt. Diese Einhüllung entspricht der Dämpfung der Schwingungsamplitude mit Dämpfungskonstante δ. Sie verknüpft der Frequenz ω_0 der idealen, reibungslosen Schwingung wie folgt: $\omega_0^2 = \omega^2 + \delta^2$. Das heisst: je grösser die Dämpfung, desto schneller nimmt ω ab und die Schwingung hört auf. Ähnlich ist es mit der Amplitude: sie nimmt auch ab (nicht quadratisch, sondern exponentiell), je grösser die Dämpfung. Da die anderen charakteristischen Grössen der Schwingungen von A_0 und ω abhängen, ändern sie auch.

8.3 Erzwungene Schwingungen

Hier modifiziert ein äusserer Anreger mit Erregerfrequenz ω ein schwingfähiges System. Schwingfähig heisst, dass es nach anfänglicher Auslenkung schwingt und somit eine Eigenfrequenz ω_0 besitzt. Dieses ω_0 haben wir bereits im Falle der Feder und des Pendels kennen gelernt. In der Bewegungsgleichung der gedämpften Schwingung wird auf der rechten Seite eine periodische Störkraft eingesetzt (anstelle von 0). Mehr dazu findest du in meinem Handout zu Blatt 8. Wichtig hierbei ist, dass man das System als ein gedämpftes betrachtet. Diese äussere Störkraft kann sich so einstellen, dass sie der Dämpfung entgegen wirkt und somit auch dem Abfall von A_0 und ω_0 und sie sogar überkompensieren kann, falls die Gegenbenheiten stimmen (äussere und innere Frequenz (fast) gleich und Phase $\phi = 0.5\pi = 90^0$ richtig). In diesem Fall spricht man von Resonanz (-katastrophe). Wie bei gedämpften Schwingungen ist die Resonanzfrequenz gegeben als $\omega_{res}^2 = \omega_0^2 - \delta^2$. D.h. ohne Dämpfung entspricht die Resonanzfrequenz der Eigenfrequenz. Also erhält man maximale Amplitude, falls die Erregerfrequenz nahe derjenigen des Systems, nämlich ω_0 (Eigenfrequenz) liegt und die Phase stimmt. Zur Katastrophe kommt es, wenn das System zerstört wird.

9 Wellen

Wellen sind sich *ausbreitende* Schwingungen; das heisst sie sind nicht lokal, sondern besitzen eine Ausbreitungsgeschwindigkeit c mit

$$c = \lambda\nu = \frac{\lambda}{T} = \frac{\frac{2\pi}{k}}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{\omega}{k} \tag{5}$$

Diese Ausbreitung trägt auch Energie E und Impuls p mit. Im Fall von Licht wäre $E = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$ und $p = \hbar k = \hbar\frac{2\pi}{\lambda}$, wobei $h = 2\pi\hbar = 6.6 \cdot 10^{-34} Js$ (Plancksches Wirkungsquantum). Hieraus wird ersichtlich, dass Wellen kurzer Wellenlänge λ viel Impuls und Energie wegtragen und dass die Wellenzahl k im Wesentlichen einem Impuls entspricht (obwohl die Welle / das Photon keine Masse m besitzt). Man unterscheidet zwischen transversalen (Licht, Seil) und longitudinalen (Schall) Wellen. Die ort-*und* zeitabhängige Wellengleichung lautet:

$$y(x,t) = A_0 \cos(\omega t - kx + \varphi) \tag{6}$$

wobei ω und k durch obige Umformungen ersetzt werden kann. Falls die Welle zu Beginn ($x = 0, t = 0$) nicht ausgelenkt ist, verwenden wir den Sinus anstelle des Cosinus. Die Periodizität im Ort x und in der Zeit t lässt sich folgendermassen veranschaulichen: Für $t = const.$ erhält man ein harmonisches Schwingungsbild in der Ortsebene (y-x Diagramm). Hier fotographieren wir die fortlaufende Welle. Für $x = const$ erhält man ein harmonisches Schwingungsbild des Ortes x im y-t Diagramm. Hier filmen wir das Wellenelement an der Stelle x. Das Konzept Welle = Schwingung + Ausbreitung kann auch als ein System von gekoppelten Schwingern (Oszillatoren, hier: Wellenelemente) verstanden werden. Diese Kopplung führt unweigerlich auf eine Ausbreitung.
Ein Wellenphänomen stellt der Dopplereffekt dar; er entsteht dadurch, dass der Abstand von Sender und Empfänger einer Welle während des 'Sendens' nicht konstant ist, d.h. entweder Sender oder Empfänger bewegen sich mit Geschwindgkeit v relativ zueinander. Diese modifiziert die Welle so, dass sie Frequenz ν_0 bzw. Wellenlänge λ_0 ändert (bekannt vom Feuerwehrauto), nämlich mit

$$\nu_{beob} = \frac{\nu_0}{1 \mp \frac{v}{c}} \tag{7}$$

wobei $-$ für auf sich zu und $+$ für sich voneinander entfernende Quellen/Empfänger steht.

9.1 Superposition

Für eine Überlagerung ($\equiv$ Interferenz, Superposition) von Wellen sind derer mindestens zwei notwendig. Wir addieren dazu einfach die jeweiligen Auslenkungen $y(x)$, um die resultierende Auslenkung zu erhalten.Die Grenzfälle, die entstehen, sind konstruktive und destruktive Interferenz. Konstruktiv heisst, dass die Amplitude maximal wird oder die Phasendifferenz $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 0$ verschwindet. Destruktiv hingegen entspricht einer Phasendifferenz von π, was bedeutet, dass sich die beiden Wellen gegenseitig auslöschen. Die Amplitude A_0 begrenzt die räumliche y-Ausdehnung einer Welle; in x-Richtung breitet sich die Welle fortwährend aus und läuft i.A. von $-\infty$ bis $+\infty$. Jedoch kommt es häufig vor, dass eine Wand die Welle blockiert und reflektiert.

9.2 Eigenschwingungen, Stehende Wellen

Somit stellen Wände Begrenzungen in x-Richtung dar. Ist die räumliche Ausbreitung von Wellen begrenzt, entstehen stehende Wellen. Sie sind durch ihre Knoten und Bäuche sowie durch ihre Ränder (Begrenzungen) charakterisiert. Letztere können lose oder fest sein, was bei zwei Enden zu drei möglichen Kombinationen, nämlich fest-fest, lose-lose und lose-fest, führt. An einem festen Ende befindet sich immer ein Knoten. In einem Knoten ist $y(x) = 0$, im Bauch reicht

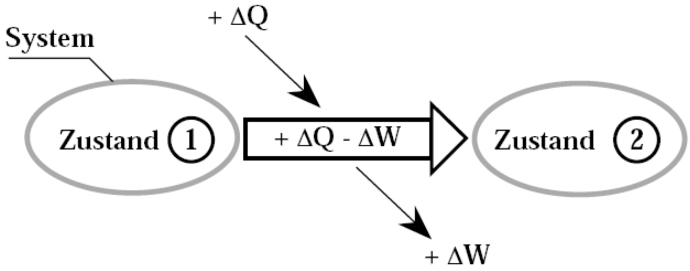

Abbildung 4: Ein System im Zustand 1 wird von aussen durch ΔQ erhitzt, verrichtet die (Volumen-)Arbeit $\Delta W = p\Delta V$ und wird somit in Zustand 2 überführt. Das ändert die innere Energie U des Systems, da die zugeführte Wärmeenergie ΔQ nicht vollständig in Arbeit umwandelbar ist (es gibt kein perpetuum mobile. Wenn Zustand 1 und 2 identisch sind, ist $\Delta U = 0$, d.h. Energie ist erhalten.)

$y(x)$ von $-A_0$ bis $+A_0$, was heisst, dass im Bauch die Auslenkung maximal wird.

10 Thermodynamik

Eine weitere Form der Energie ist die thermische, oder Wärmeenergie Q. Wird sie erhöht (z.B. durch Umwandlung von Arbeit W in Wärme Q), erhöht sich auch die Temperatur T. Verknüpft sind diese beiden Grössen über die sog. Wärmekapazität α oder über die pro Masseneinheit definierte spezifische Wärmekapazität c. Sie geben also an, wie stark sich ein gegebenes Material erhitzen kann. Ist c niedrig, so reicht schon wenig Wärme Q, um die Temperatur des Stoffs zu erhöhen. Ist c hingegen gross (z.B. Wasser), braucht es viel Energie Q, um das Material zu erhitzen. Darum gehts Kochen so lang ⌣̈. Um die Einheiten und Zusammenhänge von c und α zu verdeutlichen:

$$\Delta Q = \alpha \Delta T = cm\Delta T \tag{8}$$

Oben haben wir die Erhitzung eines Stoffes ohne Zeitbegriff beschrieben. Dazu führen wir den Begriff des Wärmestroms $\dot{Q} = \frac{dQ}{dt} = \lambda A \frac{\Delta T}{\Delta l}$ ein. Er hat die Bedeutung eines Flusses, d.h. wieviel Wärme pro Zeit durch den Querschnitt A fliesst. Der Koeffizient λ bezeichnet die Wärmeleitfähigkeit und ist materialspezifisch. Der Temperaturgradient $\frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{T_2 - T_1}{\ell}$ vernüpft diesen zeitlichen Wärmestrom $\dot{Q}$ mit einer Länge $(\Delta)x$.

10.1 Ideales Gas

Dieses Gas nennt sich ideal, weil es aus punktförmigen Konstituenten, die nicht miteinander interagieren (abgesehen von elast. Stössen), besteht. Seine Gleichung ist

$PV = NKT = nRT$

wobei $K = \frac{R}{N_A} = \frac{8.314}{6 \cdot 10^{23}} JK^{-1} = 1.38 \cdot 10^{-23} JK^{-1}$

Obige Situation kann illustriert werden, indem wir ein Gas, z.B. Luft, mit $+\Delta Q$ erhitzen. Heisses Gas dehnt sich aus, was mit der Volumenarbeit $p\Delta V$ beschrieben wird. Natürlich wird sich das Gas auch ein wenig erhitzen, da nicht das gesamte ΔQ in $p\Delta V$ umgewandelt wird (siehe Abbildung). Die hier besprochenen Hauptsätze der Thermodynamik haben zwei Spezialfälle: adiabatisch und isotherm. Ersteres heisst $\Delta Q = 0$ und letzteres heisst $\Delta T = 0$ oder $T = const.$. Diese Fälle sind nicht gleich! Betrachten wir dazu die Adibatengleichung:

$PV^\gamma = const$

wobei γ der Adiabatenindex ist. Er ist gegeben als Bruch von spez. Wärmekapazitäten $\gamma = \frac{c_p}{c_V} \geq 1$. Für ein ideales Gas auf einer Adiabate ist $\gamma = \frac{5}{3}$. Für ein ideales Gas auf einer Isotherme ist $\gamma = 1$, da $PV = nRT = const.$, da $T = const.$. In beiden Fällen wird gleich viel Arbeit (sog. Volumenarbeit) verrichtet / verbraucht $\Delta W = p\Delta V$; bei Expansion verrichtet, bei Kompression verbraucht. Dies ist gleichbedeutend mit der Aussage, dass Adiabten im PV-Diagramm steiler verlaufen, d.h. bei gegebener Volumenvergrösserung ΔV wird der Druckunterschied ΔP im adiabatischen Fall grösser sein.

10.2 Entropie & Wirkungsgrad

Die Entropieänderung $\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$ eines Systems ist bei freiwillig ablaufenden immer positiv, d.h. sie nimmt zu. Dies besagt der zweite Hauptsatz der TD: Wärme, die von einem Reservoir mit höherem T in ein Reservoir mit niedigem T fliesst, kann nicht vollständig in Arbeit umgewandelt werden. Der Wirkungsgrad η gibt an, welcher Anteil der zugeführten Wärme ΔQ maximal in mechanische Arbeit ΔW umgewandelt werden kann: $\eta_{crit} = 1 - \frac{T_{kalt}}{T_{heiss}}$. Der reale Wirkungsgrad (der kleiner ist) $\eta_{real} = 1 - \frac{\Delta Q_k}{\Delta Q_h}$ spiegelt neben der Entropiezunahme auch den Unterschied von adiabatisch und isotherm wieder.

11 Statistische Mechanik

Die im letzten Abschnitt behandelte Thermodynamik ist eine makroskopische, phänomenologische Theorie, die Änderungen eines ganzen Systems mit einigen Mol an Teilchen ($\sim 10^{23}$ Teilchen) betrachtet. Auf mikroskopischer Ebene, wo einzelne Moleküle und Atome untersucht werden, bedienen wir uns der statistischen Mechanik bzw. der kinetischen Gastheorie. Das Schöne an ihr ist, dass sie im Grenzfall vieler Moleküle mit der Thermodynamik übereinstimmt.

11.1 Äquipartition

Darunter versteht man den Zusammenhang von Teilchenbewegungen (kinetische Energien) und der Temperatur (thermische Energie). Für ein Teilchen lautet die Äquipartitionsgleichung

$$\frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}KT = \frac{3R}{2N_A}KT \tag{9}$$

Für ein Mol ($n = 1, N_A$ Teilchen mit Gesamtmasse M): $\frac{1}{2}M\overline{v^2} = \frac{3}{2}RT$

Da nicht alle Teilchen diesselbe Geschwindigkeit v besitzen, sondern der Maxwell-Boltzmann Geschwindigkeitsverteilung gehorchen, nimmt man die mittlere quadratische Geschwindigkeit. Wenn wir ein zufälliges Teilchen betrachten, kann seine Geschwindigkeit sehr verschieden sein von der rms Geschwindigkeit $\sqrt{\overline{v^2}} = \frac{3p}{\rho}$ (weil die Max.-Boltzm.-Verteilung eine grosse Bandbreite von Geschwindigkeiten zulässt.)

Literatur

[1] Oelhafen, P. 'Vorlesungsskript'

[2] Kuypers, F. 'Klassiche Mechanik, Band 1'

[3] Wikipedia

[4] Moeller, M. 'HTW Saarland'